

Black-Box Optimization Benchmarking Template for the Comparison of More than Two Algorithms on the Noiseless Testbed

Draft version *

Forename Name

ABSTRACT

Categories and Subject Descriptors

G.1.6 [Numerical Analysis]: Optimization—*global optimization, unconstrained optimization*; F.2.1 [Analysis of Algorithms and Problem Complexity]: Numerical Algorithms and Problems

General Terms

Algorithms

Keywords

Benchmarking, Black-box optimization

1. RESULTS

Results from experiments according to [?] on the benchmark functions given in [?, ?] are presented in Figures 1, 2 and 3 and in Tables 1 and 2. The **expected running time (ERT)**, used in the figures and table, depends on a given target function value, $f_t = f_{\text{opt}} + \Delta f$, and is computed over all relevant trials as the number of function evaluations executed during each trial while the best function value did not reach f_t , summed over all trials and divided by the number of trials that actually reached f_t [?, ?]. **Statistical significance** is tested with the rank-sum test for a given target Δf_t (10^{-8} as in Figure 1) using, for each trial, either the number of needed function evaluations to reach Δf_t (inverted and multiplied by -1), or, if the target was not reached, the best Δf -value achieved, measured only up to the smallest number of overall function evaluations for any unsuccessful trial under consideration.

*Submission deadline: March 28th.

Permission to make digital or hard copies of all or part of this work for personal or classroom use is granted without fee provided that copies are not made or distributed for profit or commercial advantage and that copies bear this notice and the full citation on the first page. To copy otherwise, to republish, to post on servers or to redistribute to lists, requires prior specific permission and/or a fee.

GECCO'13, July 6-10, 2013, Amsterdam, The Netherlands.

Copyright 2013 ACM TBA ...\$15.00.

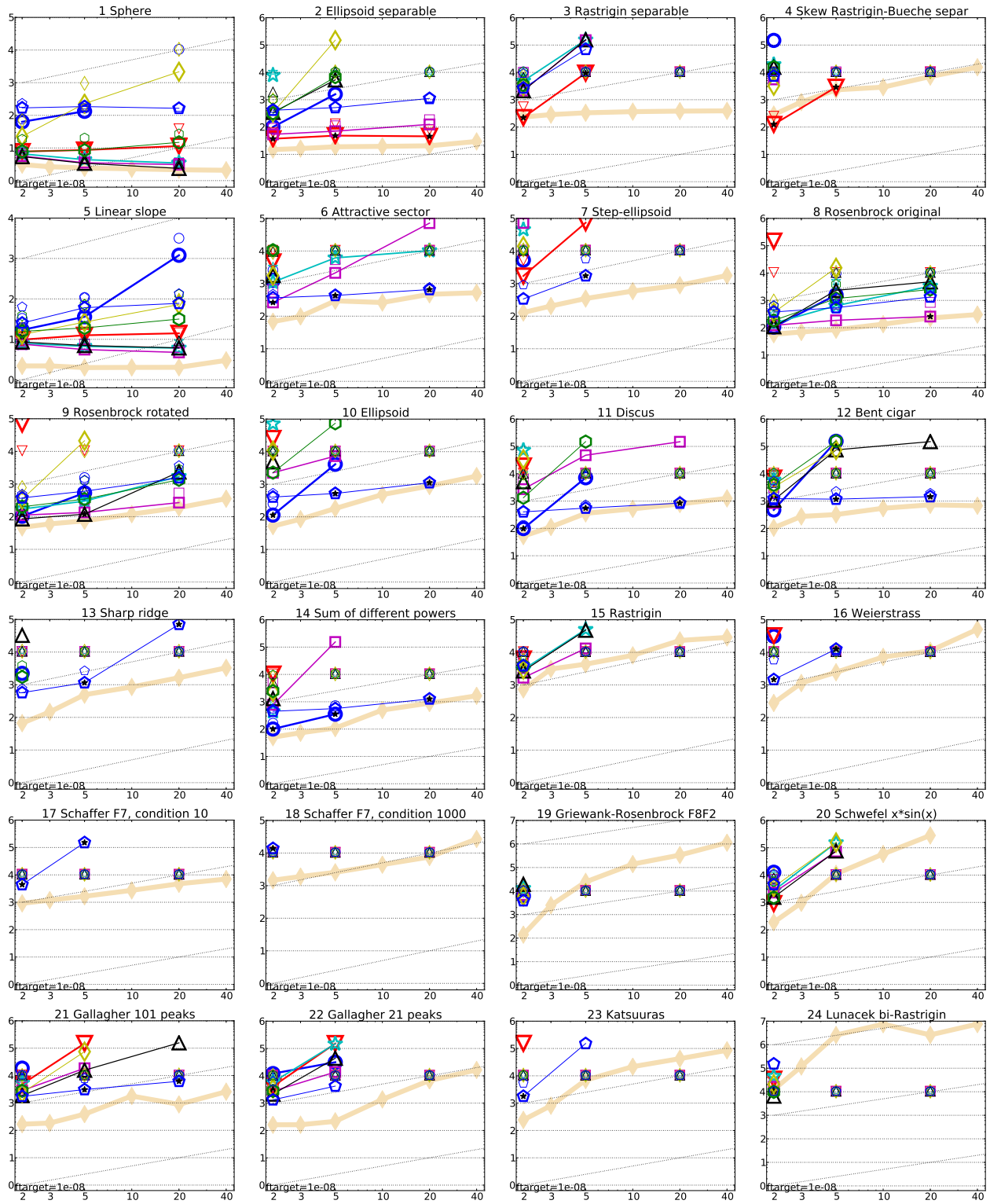


Figure 1: Expected running time (ERT in number of f -evaluations) divided by dimension for target function value 10^{-8} as \log_{10} values versus dimension. Different symbols correspond to different algorithms given in the legend of f_1 and f_{24} . Light symbols give the maximum number of function evaluations from the longest trial divided by dimension. Horizontal lines give linear scaling, slanted dotted lines give quadratic scaling. Black stars indicate statistically better result compared to all other algorithms with $p < 0.01$ and Bonferroni correction number of dimensions (six). Legend: \circ :Nelder-Mead, ∇ :Powell, \star :CG, \square :BFGS, \triangle :L-BFGS-B, \diamond :TNC, \circ :SLSQP, \pentagon :CMA

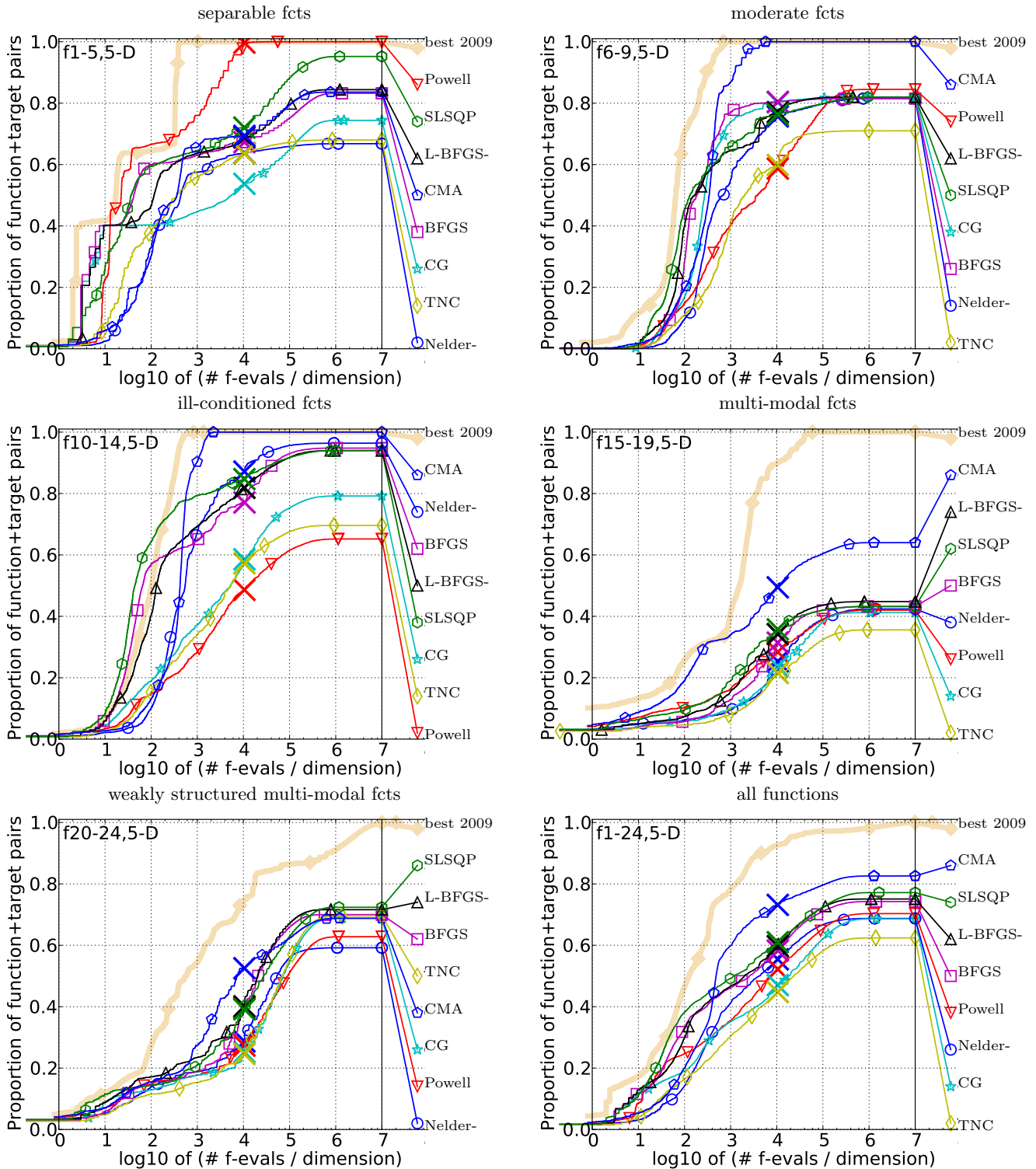


Figure 2: Bootstrapped empirical cumulative distribution of the number of objective function evaluations divided by dimension (FEvals/D) for 50 targets in $10^{[-8..2]}$ for all functions and subgroups in 5-D. The “best 2009” line corresponds to the best ERT observed during BBOB 2009 for each single target.

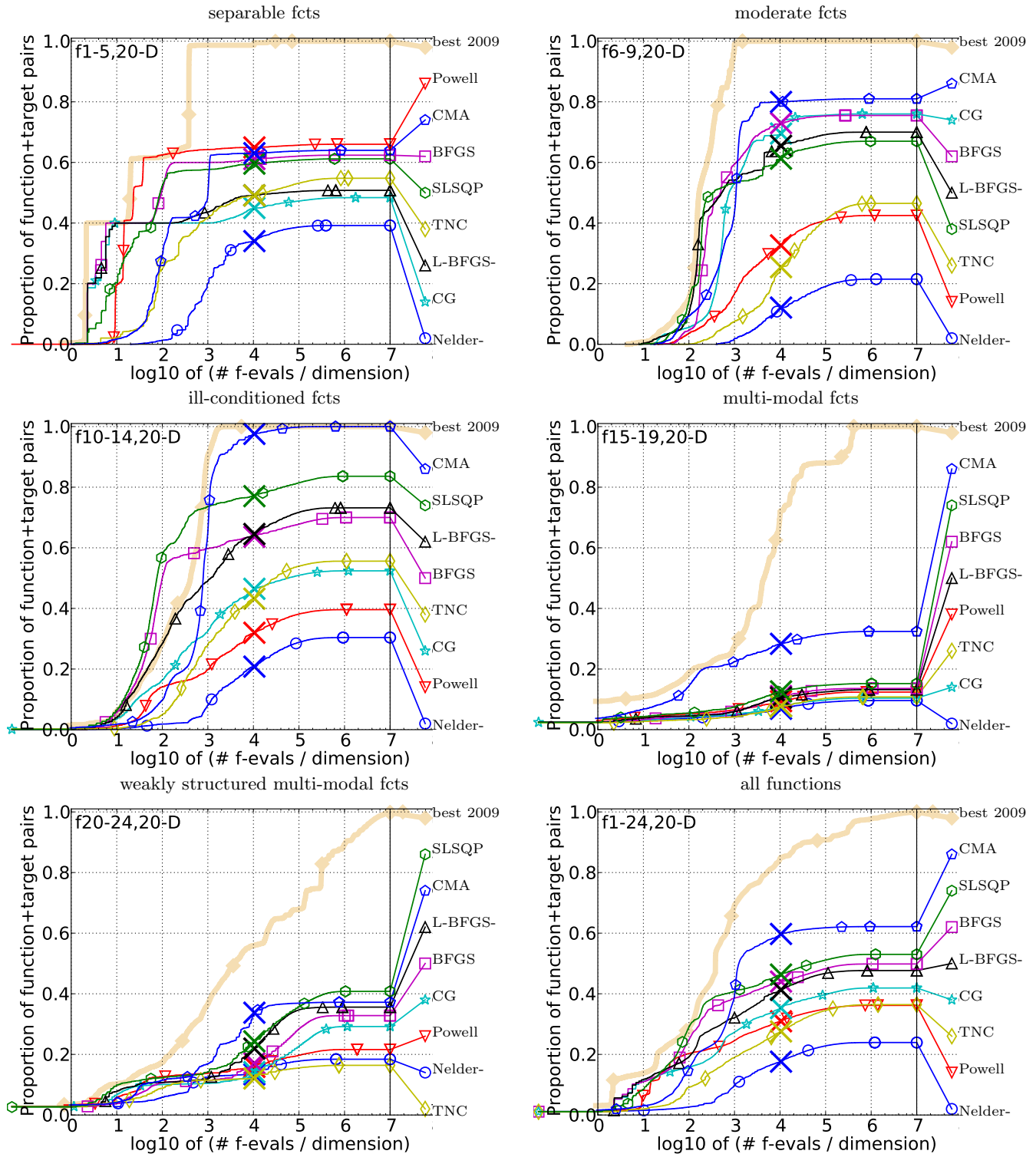


Figure 3: Bootstrapped empirical cumulative distribution of the number of objective function evaluations divided by dimension (FEvals/D) for 50 targets in $10^{[-8..2]}$ for all functions and subgroups in 20-D. The “best 2009” line corresponds to the best ERT observed during BBOB 2009 for each single target.

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f1	11	12	12	12	12	12	15/15	f13	132	195	250	1310	1752	2255	15/15
Nelder-Powell	11(8)	26(13)	32(10)	40(11)	46(11)	51(10)	15/15	Nelder-Powell	7.0(5)	6.5(4)	7.7(6)	5.3(5)	88(101)	∞ 5e4	0/15
CG	3.1(1)	3.4(0.5)	3.5(0.2)	3.6(0.2)	3.6(0.1)	3.6(0.2)	15/15	CG	28(26)	37(38)	39(35)	89(82)	∞ 5e4	0/15	
BFGS	1.4(0)	1.2(0)	1.2(0)	1.2(0)	1.2(0)	1.8(0.6)	15/15	BFGS	12(30)	27(42)	32(40)	14(15)	426(480)	∞ 5e4	0/15
L-BFGS	1.4(0)	1.2(0)	1.2(0)	1.2(0)	1.2(0)	1.4(0.3)	15/15	L-BFGS	1.1(0.2)	1.0(0.1)	0.99(0.0)	0.97(2)	127(144)	∞ 5e4	0/15
TNC	1.4(0.0)	1.3(0.0)	1.4(0.3)	1.4(0.3)	1.4(0.3)	1.4(0.3)	15/15	TNC	11(14)	38(56)	45(44)	33(32)	216(240)	∞ 5e4	0/15
SLSQP	3.1(3)	10(12)	14(23)	20(24)	31(38)	48(70)	15/15	SLSQP	28(28)	42(63)	51(66)	27(30)	∞ 5e4	0/15	
CMA	1.3(0.3)	1.5(0.7)	2.6(2)	2.9(2)	3.2(2)	3.5(2)	15/15	CMA	0.85(0.2)	0.83(0.1)	0.84(0.1)	0.84(0.1)	0.84(0.1)	0.84(0.1)	0.84(0.1)
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f2	83	87	88	90	92	94	15/15	f14	10	41	58	139	251	476	15/15
Nelder-Powell	19(11)	24(9)	24(11)	44(44)	53(44)	54(43)	15/15	Nelder-Powell	11(15)	10(5)	9.5(4)	5.8(2)	4.3(1)	3.1(1)	∞ 5e4
CG	1.1(0.4)	1.2(0.3)	1.2(0.1)	1.4(0.4)	1.8(0.4)	2.1(0.4)	15/15	CG	4.2(5)	2.7(2)	3.0(1)	536(574)	∞ 5e4	0/15	
BFGS	1.9(0.6)	2.0(0.6)	2.1(0.7)	2.5(0.8)	2.8(0.8)	3.3(1)	15/15	BFGS	2.1(1)	1.2(0.5)	1.4(0.5)	1.9(0.5)	6.4(2)	∞ 5e4	0/15
L-BFGS	3.6(2)	4.6(2)	6.1(2)	7.4(2)	8.7(4)	35(51)	15/15	L-BFGS	2.0(0.8)	1.1(0.5)	1.4(0.3)	1.1(0.3)	0.92(0.1)	123(163)	1/15
TNC	8.3(4)	10(4)	15(5)	29(17)	94(109)	750(670)	15/15	TNC	1.8(1)	1.1(0.3)	1.4(0.4)	1.3(0.2)	1.6(0.7)	765(804)	0/15
SLSQP	1.6(0.7)	1.8(0.7)	1.9(0.7)	2.1(0.6)	2.5(1)	12(12)	15/15	SLSQP	4.2(2)	6.6(8)	7.5(6)	14(10)	1490(1672)	∞ 5e4	0/15
CMA	16(5)	19(4)	21(3)	23(2)	25(2)	26(2)	15/15	CMA	1.4(0.6)	0.85(0.3)	0.92(0.2)	0.80(0.1)	0.73(0.2)	778(850)	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f3	716	1622	1637	1646	1650	1654	15/15	f15	511	9310	19369	20073	20769	21359	14/15
Nelder-Powell	177(213)	∞	∞	∞	∞	∞	15/15	Nelder-Powell	44(13)	5.6(4)	5.1(4)	4.9(4)	4.7(4)	∞ 5e4	0/15
CG	0.24(0.3)	2.16(2)	12(14)	12(14)	12(14)	15(15)	10/15	CG	13(12)	4.4(4)	8.6(9)	38(43)	∞	∞ 5e4	0/15
BFGS	76(89)	466(535)	469(538)	466(495)	465(525)	464(492)	15/15	BFGS	34(12)	5.7(4)	13(15)	13(13)	12(13)	12(12)	3(15)
L-BFGS	17(11)	66(65)	461(497)	459(479)	457(541)	456(524)	15/15	L-BFGS	14(10)	2.8(2)	3.4(3)	3.3(3)	3.2(3)	3.1(3)	9(15)
TNC	11(16)	44(44)	231(252)	230(255)	229(244)	471(508)	15/15	TNC	9(2.6)	1.5(1)	2.6(3)	2.5(3)	2.4(3)	4.9(5)	3(15)
SLSQP	36(29)	220(227)	∞	∞	∞	∞	15/15	SLSQP	34(18)	7.0(6)	9.4(9)	13(13)	∞	∞ 5e4	0/15
CMA	2.5(1)	16(17)	101(112)	101(99)	100(115)	224(227)	2/15	CMA	3.5(2)	0.87(0.7)	1.3(1)	1.3(1)	1.5(1)	17(20)	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f4	809	1633	1688	1817	1886	1903	15/15	f16	120	610	2662	10449	11644	12095	15/15
Nelder-Powell	293(324)	∞	∞	∞	∞	∞	15/15	Nelder-Powell	22(21)	65(77)	58(68)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CG	0.36(0.5)	0.96(1.0)	7.6(6)	7.1(6)	6.9(6)	7.3(6)	15/15	CG	5.3(9)	15(11)	37(45)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
BFGS	166(165)	∞	∞	∞	∞	∞	15/15	BFGS	150(238)	1249(1437)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
L-BFGS	36(39)	∞	∞	∞	∞	∞	15/15	L-BFGS	305(293)	∞	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
TNC	23(25)	457(514)	∞	∞	∞	∞	15/15	TNC	59(75)	579(676)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
SLSQP	72(76)	∞	∞	∞	∞	∞	15/15	SLSQP	370(436)	∞	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CMA	9.4(11)	104(116)	449(513)	417(462)	402(452)	∞	15/15	CMA	33(32)	175(172)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f5	10	10	10	10	10	10	15/15	f17	5.2	215	899	3669	6351	7934	15/15
Nelder-Powell	14(13)	18(13)	18(13)	18(13)	18(13)	18(13)	15/15	Nelder-Powell	1974(3481)	3558(3911)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CG	6.0(0.8)	6.3(0.2)	6.3(0.2)	6.3(0.2)	6.3(0.2)	6.3(0.2)	15/15	CG	193(319)	85(125)	91(99)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
BFGS	1.9(0.4)	3.1(0.8)	3.4(1)	3.4(1)	3.4(1)	3.4(1)	15/15	BFGS	300(486)	218(249)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
L-BFGS	1.6(0.8)	2.6(0.8)	2.8(1)	2.8(1)	2.8(1)	2.8(1)	15/15	L-BFGS	131(209)	54(44)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
TNC	1.9(0.8)	3.3(1)	3.5(1)	3.5(1)	3.5(1)	3.5(1)	15/15	TNC	60(111)	31(29)	836(964)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
SLSQP	8.3(4)	13(6)	13(6)	13(6)	13(6)	13(6)	15/15	SLSQP	1239(2507)	360(366)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CMA	1.6(0.8)	6.7(4)	8.7(8)	9.3(8)	10(8)	10(8)	15/15	CMA	29(64)	20(12)	155(162)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f6	114	214	281	580	1038	1332	15/15	f18	103	378	3968	9280	10905	12469	15/15
Nelder-Powell	13(16)	12(15)	12(12)	12(9)	23(13)	∞ 5e4	15/15	Nelder-Powell	646(585)	∞	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CG	5.7(6)	5.5(5)	7.2(4)	69(92)	350(373)	∞ 5e4	15/15	CG	85(132)	96(109)	59(64)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
BFGS	4.8(5)	4.7(3)	5.1(2)	3.8(1)	3.6(2)	8.2(5)	15/15	BFGS	201(170)	938(1108)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
L-BFGS	7.2(3)	4.8(2)	4.5(2)	3.4(1)	2.8(1)	3.9(3)	15/15	L-BFGS	213(298)	337(348)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
TNC	2.9(2)	3.2(2)	3.2(2)	2.4(1)	3.3(3)	62(77)	15/15	TNC	27(36)	165(175)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
SLSQP	5.8(5)	6.8(4)	11(4)	174(187)	∞	∞	15/15	SLSQP	163(192)	464(487)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CMA	2.0(2)	1.8(1)	2.4(2)	2.7(2)	4.9(5)	582(670)	15/15	CMA	26(21)	42(44)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f7	24	324	1171	1572	1572	1597	15/15	f19	1	1	242	1.2e5	1.2e5	1.2e5	15/15
Nelder-Powell	523(422)	247(262)	648(695)	∞	∞	∞	15/15	Nelder-Powell	3931(3557)	2.6e4(1e4)	3128(3794)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CG	43(70)	16(9)	13(11)	235(245)	235(267)	231(274)	2/15	CG	155(41)	6601(5270)	656(759)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
BFGS	225(105)	124(161)	∞	∞	∞	∞	15/15	BFGS	3884(4452)	3.2e4(3e4)	∞	∞	∞	∞ 5e4	0/15
L-BFGS	50(43)	205(230)	∞	∞	∞	∞	15/15	L-BFGS	2917(4598)	2.2e4(2e4)	377(380)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
TNC	236(211)	139(168)	∞	∞	∞	∞	15/15	TNC	3235(3452)	7520(4532)	158(150)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
SLSQP	208(200)	199(244)	∞	∞	∞	∞	15/15	SLSQP	1.2e4(1e4)	4.3e4(4e4)	1620(1626)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
CMA	162(212)	172(181)	660(717)	∞	∞	∞	15/15	CMA	1326(2924)	2.3e4(3e4)	932(1075)	∞	∞	∞ 5e4	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f8	73	273	336	391	410	422	15/15	f20	16	851	38111	54470	54861	55313	14/15
Nelder-Powell	5.8(5)	26(52)	22(42)	19(36)	18(35)	18(34)	15/15	Nelder-Powell	20(19)	6.9(5)	4.3(5)	3.0(3)	3.0(3)	3.0(3)	0/15
CG	4.0(4)	18(50)	20(44)	44(45)	267(257)	∞ 5e4	15/15	CG	8.7(3)	0.73(0.4)	4.4(5)	4.3(5)	∞	∞ 5e4	

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f1	43	43	43	43	43	43	15/15	f13	652	2021	2751	18749	24455	30201	15/15
Nelder-Powell	195(26)	278(78)	394(113)	2664(2711)	6990(8404)	3.4e4(4e4)	0/15	Nelder-Powell	115(111)	113(123)	530(516)	∞	∞	∞	0/15
CG	4.0(0.3)	4.2(0.1)	4.3(0.1)	4.3(0.1)	5.2(0.1)	5.3(0.5)	15/15	Bowell	10(15)	9.4(12)	11(10)	∞	∞	∞	0/15
BFGS	1.0(0)	1.0(0)	1.0(0)	1.0(0)	1.0(0)	1.6(0.5)	15/15	CG	7.0(15)	6.9(9)	7.1(7)	2.8(2)	61(66)	∞	0/15
L-BFGS	1.0(0)	1.0(0)	1.0(0)	1.0(0)	1.0(0)	1.4(0.3)	15/15	BFGS	1.4(0.1)	0.65(0.0)	0.61(0.0)	0.3(17)	122(125)	∞	0/15
TNC	1.1(0)	1.1(0)	1.1(0)	1.1(0)	1.1(0)	1.1(0)	15/15	L-BFGS	2.1(0.4)	10(18)	14(18)	7.6(7)	57(68)	∞	0/15
SLSQP	23(38)	48(52)	54(52)	113(105)	333(330)	647(954)	14/15	TNC	16(10)	13(12)	14(10)	6.1(7)	62(70)	∞	0/15
CMA	1.3(0.3)	3.6(2)	4.1(2)	5.5(3)	6.0(4)	6.6(4)	15/15	SLSQP	1.2(0.0)	0.55(0.0)	0.54(0.0)	0.3(12)	∞	0/15	
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	CMA	9.0(9)	7.2(6)	8.2(8)	2.8(3)	3.6(3)*2	18(19)*3	2/15
f2	385	386	387	390	391	393	15/15	f14	75	239	304	932	1648	15661	15/15
Nelder-Powell	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	Nelder-Powell	66(41)	62(23)	74(23)	419(421)	∞	∞	0/15
CG	1.1(0.1)*4	1.2(0.0)*4	1.2(0.0)*4	1.3(0.4)*4	1.9(0.1)*4	2.0(0.0)*4	15/15	Bowell	5(0.2)	2.6(0.6)	2.9(0.5)	∞	∞	∞	0/15
BFGS	3.9(1.0)	4.2(1)	4.6(1)	5.1(1)	5.6(2)	6.1(2)	15/15	CG	1.7(0.4)	1.0(0.2)	1.2(0.2)	2.2(0.5)	17(10)	∞	0/15
L-BFGS	30(10)	80(40)	139(59)	∞	∞	∞	15/15	BFGS	1.6(0.5)	0.90(0.1)	1.1(0.2)	0.78(0.1)	0.74(0.1)	∞	0/15
TNC	41(20)	74(58)	161(119)	2297(2501)	∞	∞	0/15	L-BFGS	1.5(0.3)	0.91(0.2)	1.1(0.2)	0.94(0.1)	425(475)	∞	0/15
SLSQP	3.5(0.9)	3.8(1.0)	4.0(1)	4.4(1)	4.7(1)	1006(1052)	0/15	TNC	25(16)	19(13)	23(10)	∞	∞	∞	0/15
CMA	38(9)	46(8)	50(6)	53(2)	54(2)	56(2)	15/15	SLSQP	1.2(0.3)	0.70(0.1)*	0.89(0.2)	0.64(0.1)	0.60(0.1)	∞	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	CMA	4.6(2)	3.3(0.5)	4.2(0.5)	4.7(0.4)	6.6(0.8)	1.3(0.1)*4	15/15
f3	5066	7626	7635	7643	7646	7651	15/15	f15	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
Nelder-Powell	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	f15	30378	1.5e5	3.1e5	3.2e5	4.5e5	4.6e5	15/15
CG	10(10)*3	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	Nelder-Powell	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	Bowell	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
L-BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	CG	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
TNC	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
SLSQP	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	L-BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
CMA	611(663)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	TNC	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	SLSQP	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
f4	4722	7628	7666	7700	7758	1.4e5	9/15	f16	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
Nelder-Powell	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	f16	1384	27265	77015	1.9e5	2.0e5	2.2e5	15/15
CG	11(14)*4	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	Nelder-Powell	139(154)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	Bowell	35(33)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
L-BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	CG	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
TNC	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
SLSQP	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	L-BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
CMA	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	TNC	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	SLSQP	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
f5	41	41	41	41	41	41	15/15	f17	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
Nelder-Powell	361(314)	589(629)	591(630)	592(630)	592(630)	592(630)	15/15	f17	63	1030	4005	30677	56288	80472	15/15
CG	6.9(0.2)	6.9(0.2)	6.9(0.2)	6.9(0.2)	6.9(0.2)	6.9(0.2)	15/15	Nelder-Powell	7419(8961)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
BFGS	2.1(0.3)	2.8(1)	3.0(0.8)	3.0(0.8)	3.0(0.8)	3.0(0.8)	15/15	Bowell	1272(1598)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
L-BFGS	1.6(0.6)	2.2(0.6)	2.3(0.6)	2.3(0.6)	2.3(0.6)	2.3(0.6)	15/15	CG	3010(3537)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
TNC	32(11)	35(10)	36(11)	36(11)	36(11)	36(11)	15/15	BFGS	99(156)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
SLSQP	1.9(0.6)	6.5(6)	7.7(6)	16(30)	16(30)	16(30)	15/15	L-BFGS	316(251)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
CMA	17(5)	34(14)	37(15)	38(15)	38(15)	38(15)	15/15	TNC	845(856)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	SLSQP	134(143)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
f6	1296	2343	3413	5220	6728	8409	15/15	f18	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
Nelder-Powell	112(35)	1322(1344)	∞	∞	∞	∞	0/15	f18	621	3972	19561	67569	1.3e5	1.5e5	15/15
CG	24(20)	32(20)	288(315)	∞	∞	∞	0/15	Nelder-Powell	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
BFGS	4.3(2)	4.1(2)	4.2(1)	4.8(0.8)	5.3(0.6)	5.8(1)	9/15	Bowell	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
L-BFGS	6.3(1)	5.0(1)	5.0(1)	6.7(3)	10(7)	30(30)	2/15	CG	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
TNC	3.5(1)	3.3(0.8)	3.1(0.7)	6.3(5)	209(248)	∞	0/15	BFGS	770(736)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
SLSQP	20(11)	31(16)	898(1016)	∞	∞	∞	0/15	L-BFGS	788(910)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
CMA	1.8(1)	2.1(1)	3.6(3)	98(101)	∞	∞	0/15	TNC	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	SLSQP	268(217)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
f7	1351	4274	9503	16524	16524	16969	15/15	f19	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
Nelder-Powell	61(52)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	f19	1	3.4e5	6.2e6	6.7e6	6.7e6	15/15	
CG	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	Nelder-Powell	3.1e6(4e6)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	Bowell	1.4e5(2e5)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
L-BFGS	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	CG	2.0e5(2e5)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
TNC	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	BFGS	7.3e4(4e4)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
SLSQP	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15	L-BFGS	3.0e6(3e6)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
CMA	1.2(0.3)*4	149(171)*3	∞	∞	∞	∞	0/15	TNC	1.5e6(2e6)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ	SLSQP	4.2e4(4e4)	9.6e5(1e6)	∞	∞	∞	∞	0/15
f8	2039	3871	4040	4219	4371	4484	15/15	f20	1e1	1e0	1e-1	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
Nelder-Powell	39(24)	113(110)	363(390)	∞	∞	∞	0/15	f20	82	46150	3.1e6	5.5e6	5.6e6	5.6e6	14/15
CG	3.4(2)	5.2(7)	12(21)	215(243)	∞	∞	0/15	Nelder-Powell	120(83)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
BFGS	1.7(0.5)	14(27)	14(26)	15(25)	15(24)	15(24)	12/15								