## Definice

Nechť $\{a_n\}$ je posloupnost reálných čísel. Mějme $m \in \mathbb{N}$, pak $s_m = a_1 + a_2 + \cdots + a_m$ nazveme *$m$-tým částečným součtem* řady $\sum a_n$. **Součtem** nekonečné řady $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ nazýváme limitu posloupnosti $\{s_m\}_{m=1}^{\infty}$, pokud tato limita existuje. Limitu značíme $\sum_{n=i}^{\infty} a_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \begin{cases} A \in \mathbb{R} & \text{řada } \textbf{konverguje} \\ \pm\infty & \text{řada } \textbf{diverguje} \\ \text{neexistuje} & \text{diverguje či osciluje} \end{cases}$$

## Příklady:

**(i)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ neexistuje

**(ii)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$

$$s_{2n+2} = 1 - \frac{1}{m} \Rightarrow \lim s_m = 1 \Rightarrow \sum a_n = 1$$

**(iii)** $\displaystyle\sum \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

**(iv)** $\displaystyle\sum \frac{1}{\sqrt{n^4+3}}$ konverguje, součet nelze vyjádřit

**(v)** $\displaystyle\sum q^{n-1} = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$

$$s_m = 1 + q + \cdots + q^{n-1} = \begin{cases} \frac{q^n - 1}{q-1} & q \neq 1 \\ m & q = 1 \end{cases}$$

$$\lim s_m = \begin{cases} \infty & q \geq 1 \\ \frac{1}{1-q} & |q| < 1 \\ \text{neexistuje} & q \leq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum q^{n-1} \text{ konverguje } \Leftrightarrow |q| < 1$$

$$\lim q^{n-1} = \lim a_n = \begin{cases} +\infty & q > 1 \\ 1 & q = 1 \\ 0 & |q| < 1 \\ \text{neexistuje} & q \leq -1 \end{cases}$$