Cyklometrické funkce

arcsin

sin je prostý pro $x \in [-\pi/2, \pi/2]$. Definuji $\arcsin x$ pro $x \in [-1, 1]$ předpisem

$$\arcsin x = y \iff y \in [-\pi/2, \pi/2] \wedge \sin y = x$$

(Graf je sin otočený o 90° doprava. Funkce je rostoucí a spojitá.)

Cvičení:

$\lim_{x \to 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$ (pomocí věty o limitě inverzní funkce)

arccos

Obdobně $\arccos x$ pro $x \in [-1, 1]$ předpisem

$$\arccos x = y \iff y \in [0, \pi] \wedge \cos y = x$$

(Graf je arcsin posunutý o $\pi/2$ nahoru a vzhůru nohama ;-). Funkce je klesající a spojitá.)

Cvičení:

$\lim_{x \to 1} \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x}} =?$ (pro fajnšmekry)

arctg, arccotg

$\operatorname{tg} x$: zúžíme definiční obor na $(-\pi/2, \pi/2)$. Pak můžeme definovat arctg jako inverzní k $\operatorname{tg} x$ na $(-\pi/2, \pi/2)$. (Graf je tg naležato. Funkce je spojitá, rostoucí, omezená a na $\mathbb{R}$.)

$$\operatorname{arctg} x = y \iff y \in (-\pi/2, \pi/2) \wedge \operatorname{tg} y = x$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 1$$

$$\operatorname{arccotg} x = y \iff y \in (0, \pi) \wedge \operatorname{cotg} y = x$$

(Graf je arctg posunutý o $\pi/2$ nahoru a vzhůru nohama ;-).)